

Scomposizione in fattori primi

Scritto da Maria Rispoli
Domenica 09 Gennaio 2011 20:14 -

L'importanza dei numeri primi consiste nel fatto che mediante una moltiplicazione fra due o più di essi si ottiene un numero composto.

Dunque ogni numero composto si può scomporre in un prodotto di fattori primi.

La scomposizione di un *numero non primo* in fattori primi si esegue nel seguente modo:

- Si determina se il numero è divisibile per 2 e in caso affermativo si calcola il quoziente;
- Si prosegue determinando se il quoziente è divisibile per 2 e si esegue la divisione iterando il procedimento finché si trova un quoziente non più divisibile per 2;
- Se il numero di partenza o l'ultimo quoziente non è divisibile per 2 si procede allo stesso modo con il 3 e così via finché si giunge ad un quoziente numero primo.

La scomposizione in fattori primi è uno degli scopi essenziali dei libri aritmetici di Euclide, in particolare del libro VII.

Nella Proposizione 31 del Libro VII degli *Elementi*, Euclide dimostra che:

“Qualunque numero composto ammette come divisore qualche numero primo”.

Teorema, questo, sul quale si basa la scomposizione in fattori primi.

Non solo, nella Proposizione 30 del Libro VII, si dà un teorema che permette di dedurre l'univocità della suddetta scomposizione:

Scomposizione in fattori primi

Scritto da Maria Rispoli
Domenica 09 Gennaio 2011 20:14 -

“Se due numeri si moltiplicano tra loro, ed un altro numero, che sia primo, divide il prodotto, esso dividerà anche uno dei fattori”.

Quando si è espresso un numero come prodotto di primi, si possono disporre questi fattori primi in ordine qualsiasi. A parte questa arbitrarietà nell'ordine, la scomposizione in fattori primi di un numero n è unica:

“Ogni numero intero n maggiore di 1 può essere scomposto in modo unico in un prodotto di primi”.

Questa affermazione sembra a prima vista ovvia però non è affatto banale. La dimostrazione classica dovuta ad Euclide di questo *teorema fondamentale dell'aritmetica* è basata su un metodo, o algoritmo, di ricerca del massimo comun divisore di due numeri.

Si può dare anche una dimostrazione di data più recente, che costituisce un esempio tipico di dimostrazione per assurdo.

Si ammette l'esistenza di un numero intero suscettibile di due scomposizioni in fattori primi essenzialmente diverse, e da questa ipotesi si deduce una contraddizione. Questa mostrerà che l'ipotesi che esista un numero intero con due scomposizioni in fattori primi essenzialmente diverse è insostenibile, e quindi la scomposizione in fattori primi di qualsiasi intero è unica [\[1\]](#).

Scomposizione in fattori primi

Scritto da Maria Rispoli

Domenica 09 Gennaio 2011 20:14 -

[1] R. Courant, H. Robbins, *Che cos'è la matematica?*, p. 59-60 Bollati Boringhieri.